

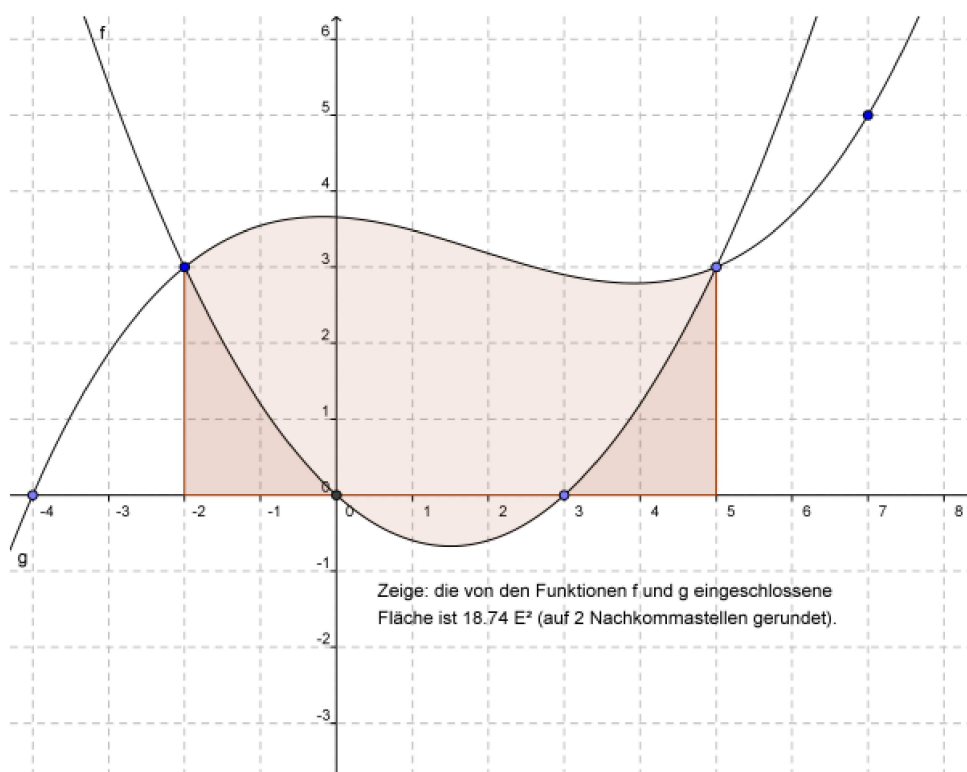
# Eingeschlossene Fläche

Dokumentnummer: DX1610  
Fachgebiet: Analysis  
Einsatz: 4HAK (drittes Lernjahr)  
Didaktischer Hinweis: ein Beitrag zum kompetenzorientierten Unterricht.



## 1 Aufgabe

Figure 1: Zeige, dass die eingeschlossene Fläche  $18,74 \text{ E}^2$  ist.



Anregung: Man versuche auch, diese Geogebra-Darstellung nachzubauen.

## 2 Lösung

### 2.1 Grundüberlegung

```
(%i1) kill(all);  
(%o0) done
```

Wie man die eingeschlossene Fläche zusammenstellt

```
(%i1) Flaeche:integrate(g(x),x,-2,5)
      -integrate(f(x),x,-2,0)
      -integrate(f(x),x,3,5)
      +abs(integrate(f(x),x,0,3));
```

```
(%o1)  $\left| \int_0^3 f(x) dx \right| + \int_{-2}^5 g(x) dx - \int_3^5 f(x) dx - \int_{-2}^0 f(x) dx$ 
```

## 2.2 Eingabedaten

Von der Parabel kennen wir 4 Punkte,  
3 Punkte genügen, um sie zu bestimmen!

```
(%i2) A:[-2,3]$B:[0,0]$C:[3,0]$D:[5,3]$
```

Von der kubischen Parabel kennen wir 4 Punkte,  
aus 4 Punkten lässt sie sich eindeutig bestimmen!

```
(%i6) E:[-4,0]$F:[-2,3]$G:[5,3]$H:[7,5]$
```

## 2.3 Bestimmung der Funktionen

Bestimmung von f

```
(%i10) x1:A[1];y1:A[2];
       x2:B[1];y2:B[2];
       x3:C[1];y3:C[2];
```

```
(%o10) -2
(%o11) 3
(%o12) 0
(%o13) 0
(%o14) 3
(%o15) 0
```

```
(%i16) f(x,y):=y=a*x**2+b*x+c;
```

```
(%o16) f(x,y):=y=a x2+b x+c
```

```
(%i17) g1:f(x1,y1);g2:f(x2,y2);g3:f(x3,y3);
```

```
(%o17) 3=c-2 b+4 a
(%o18) 0=c
(%o19) 0=c+3 b+9 a
```

```
(%i20) lf:solve([g1,g2,g3],[a,b,c]);
```

```
(%o20) [[ a= $\frac{3}{10}$ , b= $-\frac{9}{10}$ , c=0 ]]
```

```
(%i21) Parabel:f(x,y),lf;
```

```
(%o21)  $y = \frac{3 x^2}{10} - \frac{9 x}{10}$ 
```

```
(%i22) f:rhs(Parabel)$
       f(x):='f;
```

```
(%o23) f(x):= $\frac{3 x^2}{10} - \frac{9 x}{10}$ 
```

Bestimmung von  $g$

```
(%i24) x1:E[1];y1:E[2];
        x2:F[1];y2:F[2];
        x3:G[1];y3:G[2];
        x4:H[1];y4:H[2];

(%o24) -4
(%o25) 0
(%o26) -2
(%o27) 3
(%o28) 5
(%o29) 3
(%o30) 7
(%o31) 5

(%i32) g(x,y):=y=a*x**3+b*x**2+c*x+d;
(%o32) g(x,y):=y=a x^3+b x^2+c x+d

(%i33) g1:g(x1,y1);g2:g(x2,y2);g3:g(x3,y3);g4:g(x4,y4);
(%o33) 0=d-4 c+16 b-64 a
(%o34) 3=d-2 c+4 b-8 a
(%o35) 3=d+5 c+25 b+125 a
(%o36) 5=d+7 c+49 b+343 a

(%i37) lg:solve([g1,g2,g3,g4],[a,b,c,d]);
(%o37) [[a=-5/198,b=-14/99,c=-1/18,d=362/99]]

(%i38) Kubische_Parabel:g(x,y),lg;
(%o38)  $y = \frac{5x^3}{198} - \frac{14x^2}{99} - \frac{x}{18} + \frac{362}{99}$ 

(%i39) g:rhs(Kubische_Parabel)$
        g(x):='g;
(%o40)  $g(x) := \frac{5x^3}{198} - \frac{14x^2}{99} - \frac{x}{18} + \frac{362}{99}$ 
```

## 2.4 Grafische Kontrolle

```
(%i41) wxplot2d([f(x),g(x)], [x,-5,5])$
```

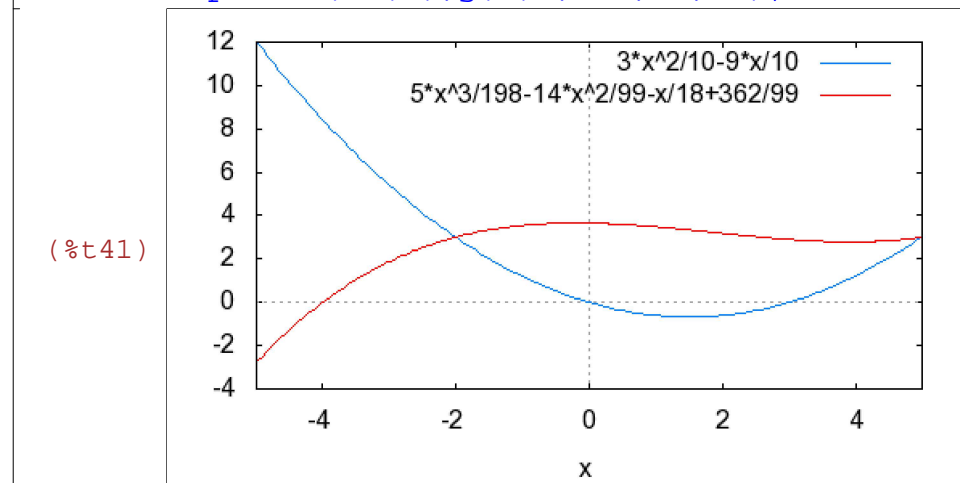


Figure 2: Zur Erinnerung

$$\left| \int_0^3 f(x) dx \right| + \int_{-2}^5 g(x) dx - \int_3^5 f(x) dx - \int_{-2}^0 f(x) dx$$

□

## 2.5 Ausgabe

```
(%i42) Flaechе:abs(integrate(f(x),x,0,3))
      + integrate(g(x),x,-2,5)
      - integrate(f(x),x,3,5)
      - integrate(f(x),x,-2,0)$
      Flaechе:floor(Flaechе*100+0.5)/100.0;
(%o43) 18.74
```