

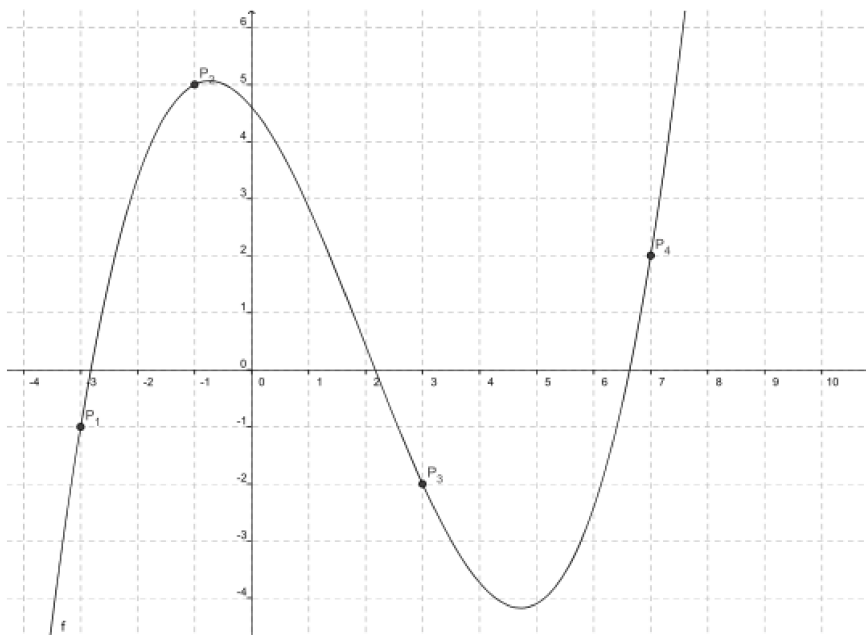
Viel Integral

Dokumentnummer: DX1611
 Fachgebiet: Analysis
 Einsatz: 4HAK (drittes Lernjahr)



1 Aufgabe

Figure 1: Das ist die grafische Darstellung der Ableitung einer Funktion. Bestimme diese Funktion, wenn ein Punkt die Koordinaten $x = 5$ und $y = 2$ hat. Wie groß ist die Fläche, die der Graf dieser Funktion im Intervall $[-4, 4]$ mit der x-Achse einschließt.



2 Lösung

```
(%i35) kill(all)$
```

2.1 Eingabe

Der Punkt auf dem Graf der Funktion

```
(%i1) xP:5$yP:2$
```

Punkte der Ableitung

```
(%i3) P1:[-3,-1]$P2:[-1,5]$P3:[3,-2]$P4:[7,2]$
```

```
(%i7) x1:P1[1]$y1:P1[2]$
      x2:P2[1]$y2:P2[2]$
      x3:P3[1]$y3:P3[2]$
      x4:P4[1]$y4:P4[2]$
```

2.2 Verarbeitung

Bestimmung der Ableitung

```
(%i15) g(x,y):=y=a*x**3+b*x**2+c*x+d;
```

```
(%o15) g(x,y):=y=a x^3+b x^2+c x+d
```

```
(%i16) g1:g(x1,y1);g2:g(x2,y2);g3:g(x3,y3);g4:g(x4,y4);
```

```
(%o16) -1=d-3 c+9 b-27 a
```

```
(%o17) 5=d-c+b-a
```

```
(%o18) -2=d+3 c+9 b+27 a
```

```
(%o19) 2=d+7 c+49 b+343 a
```

```
(%i20) lab:solve([g1,g2,g3,g4],[a,b,c,d]);
```

```
(%o20) [ [ a = 109/960, b = -217/320, c = -1141/960, d = 1473/320 ] ]
```

```
(%i21) Ableitung:g(x,y),lab;
```

```
(%o21) y = 109 x^3/960 - 217 x^2/320 - 1141 x/960 + 1473/320
```

```
(%i22) ab:rhs(Ableitung);
```

```
(%o22) 109 x^3/960 - 217 x^2/320 - 1141 x/960 + 1473/320
```

Unbestimmtes Integral

```
(%i23) f:integrate(ab,x)+C;
```

```
(%o23) C + 109 x^4/3840 - 217 x^3/960 - 1141 x^2/1920 + 1473 x/320
```

Bestimmung der Integrationskonstanten

```
(%i24) g:ev(f,x=xP)=yP;
```

```
(%o24) C - 603/256 = 2
```

```
(%i25) lg:realroots(g);
```

```
(%o25) [ C = 1115/256 ]
```

```
(%i26) C:ev(C,lg);
```

```
(%o26) 1115/256
```

Die gesuchte Funktion (unbestimmtes Integral)

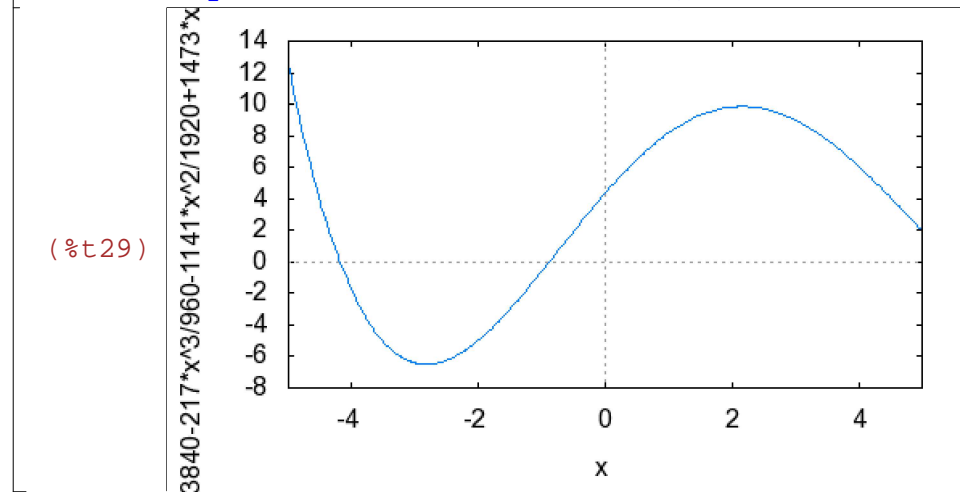
```
(%i27) f:integrate(ab,x)+C;
```

```
(%o27) 109 x^4/3840 - 217 x^3/960 - 1141 x^2/1920 + 1473 x/320 + 1115/256
```

```
(%i28) f(x):='f;
(%o28) f(x):= $\frac{109 x^4}{3840} - \frac{217 x^3}{960} - \frac{1141 x^2}{1920} + \frac{1473 x}{320} + \frac{1115}{256}$ 
```

Grafische Darstellung

```
(%i29) wxplot2d([f(x)], [x,-5,5])$
```



```
(%i30) ln:realroots(f(x)=0),numer;
```

```
(%o30) [x=-4.188894599676132, x=-0.88308736681938, x=5.517705887556076, x=7.517578810453415]
```

Diese Nullstelle liegt zwischen den Integrationsgrenzen

```
(%i31) zw:ev(x,ln[2]);
```

```
(%o31) -0.88308736681938
```

Das Flächenintegral zerfällt in 2 Teile

```
(%i34) Flaechе:-integrate(f(x),x,-4,zw)+integrate(f(x),x,zw,4);
```

```
rat: replaced 3.116912633180618 by 2746/881 = 3.116912599318956
rat: replaced -0.8830873668194 by -29141/32999 = -0.8830873662838
rat: replaced 3.116912633180618 by 2746/881 = 3.116912599318956
rat: replaced -1.95239858331221 by -10541/5399 = -1.95239859233191
rat: replaced 4.883087366819382 by 4302/881 = 4.883087400681045
rat: replaced -0.8830873668194 by -29141/32999 = -0.8830873662838
rat: replaced 4.883087366819382 by 4302/881 = 4.883087400681045
rat: replaced -1.95239858331221 by -10541/5399 = -1.95239859233191
(%o34)  $\frac{15750437}{323940}$ 
```

2.3 Ausgabe der Fläche

```
(%i35) Flaechе:floor(Flaechе*100+0.5)/100.0;
```

```
(%o35) 48.62
```