

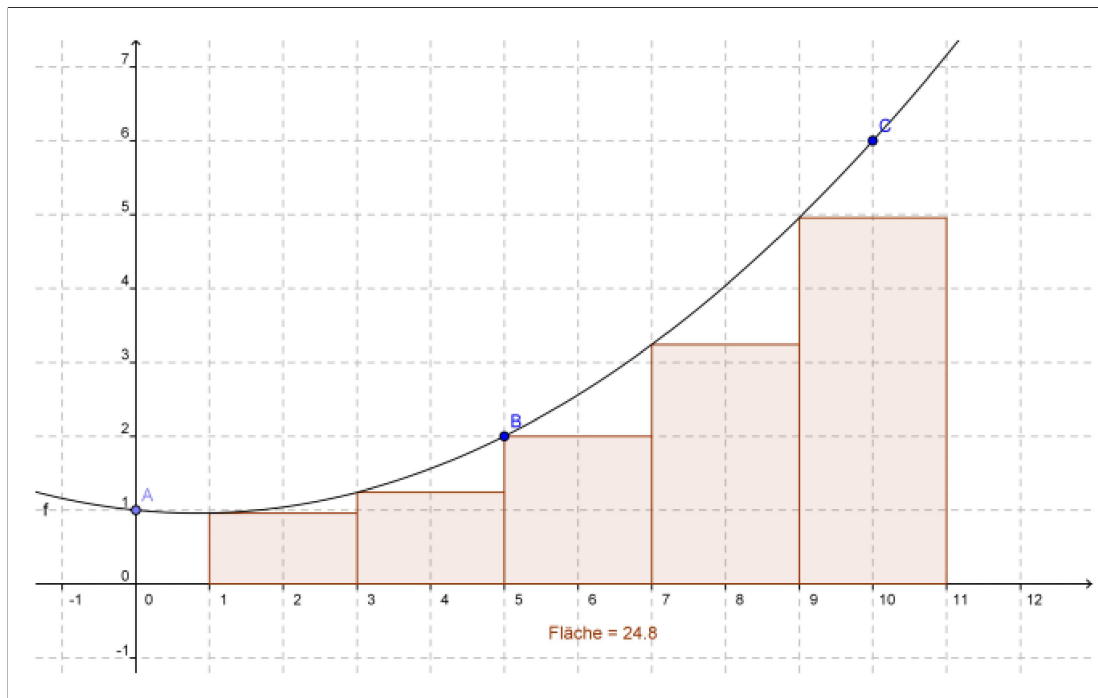
Untersummen kontrollieren

Dokumentnummer: DX1604
 Fachgebiet: Analysis, Informatik
 Einsatz: 4HAK (drittes Lernjahr)



1 Musteraufgabe

Figure 1: Man kontrolliere die schraffierte Fläche rechnerisch!



```
(%i1) kill(all)$
```

Eingabe der Punkte

```
(%i1) x1:0;y1:1;
      x2:5;y2:2;
      x3:10;y3:6;
```

```
(%o1) 0
```

```
(%o2) 1
```

```
(%o3) 5
```

```
(%o4) 2
```

```
(%o5) 10
```

```
(%o6) 6
```

Ansatz quadratische Funktion

```
(%i7) g(x,y):=y=a*x**2+b*x+c;
```

```
(%o7) g(x,y):=y=a x^2+b x+c
```

Einsatz der Punkte liefert Gleichungen

```
(%i8) g1:g(x1,y1);
      g2:g(x2,y2);
      g3:g(x3,y3);
(%o8) 1=c
(%o9) 2=c+5 b+25 a
(%o10) 6=c+10 b+100 a
```

Lösung des Gleichungssystems

```
(%i11) l:algsys([g1,g2,g3],[a,b,c]);
(%o11) [[a=- $\frac{3}{50}$ ,b=- $\frac{1}{10}$ ,c=1]]
```

Bestimmung der Funktion

```
(%i12) Parabel:g(x,y),l;
(%o12)  $y = \frac{3x^2}{50} - \frac{x}{10} + 1$ 
```

```
(%i13) f:rhs(Parabel);
(%o13)  $\frac{3x^2}{50} - \frac{x}{10} + 1$ 
```

```
(%i14) f(x):='f;
(%o14) f(x):= $\frac{3x^2}{50} - \frac{x}{10} + 1$ 
```

Untergrenze, Obergrenze, Anzahl der Streifen

```
(%i15) a:1;b:11;n:5;
(%o15) 1
(%o16) 11
(%o17) 5
```

Streifenbreite

```
(%i18) dx:(b-a)/n;
(%o18) 2
```

Linke Fußpunkte

```
(%i19) X:makelist(a+dx*(i-1),i,1,n);
(%o19) [1,3,5,7,9]
```

Summe der Rechtecksflächen

```
(%i20) Flaechе:sum(f(X)[i]*dx,i,1,n);
(%o20)  $\frac{124}{5}$ 
```

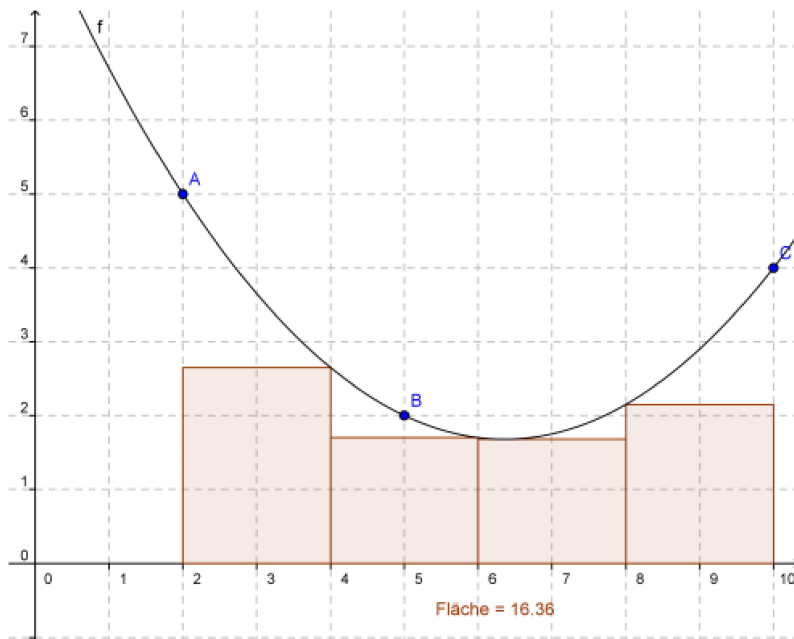
```
(%i21) %,numer;
(%o21) 24.8
```

Das ist die kontrollierte Fläche

2 Übungsaufgaben

2.1 Erste Übungsaufgabe

Figure 2: Diese Aufgabe ist erheblich schwieriger! Die Funktion ist zuerst fallend und dann steigend. Der Algorithmus muss angepasst werden! Das Verhalten am Scheitel der Parabel muss besonders berücksichtigt werden.



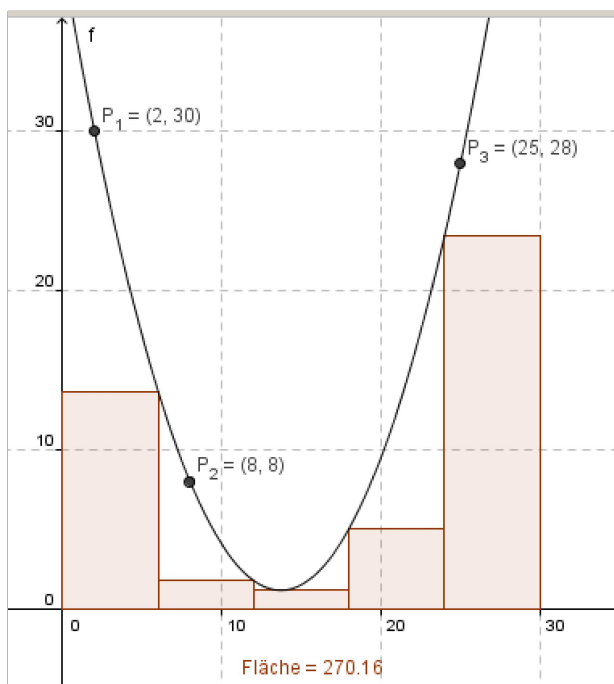
```

(%i22) kill(all)$
x1:2$y1:5$
x2:5$y2:2$
x3:10$y3:4$
u:2$o:10$n:4$
g(x,y):=y=a*x**2+b*x+c$
g1:g(x1,y1)$
g2:g(x2,y2)$
g3:g(x3,y3)$
l:algsys([g1,g2,g3],[a,b,c])$
Parabel:g(x,y),l$
f:rhs(Parabel)$
f(x):='f$
ab:diff(f(x),x)$
l:realroots(ab=0)$
xE:x,l,numer;
dx:(o-u)/n$
X:makelist(u+dx*(i-1),i,1,n);
Y:makelist(if X[i]<xE and X[i+1]<xE then f(X[i+1])
           else if X[i]<xE and X[i+1]>xE then f(xE)
           else f(X[i]),i,1,n);
Flaeche:sum(Y[i]*dx,i,1,n);
Flaeche:floor(Flaeche*100+0.5)/100.0;
(%o20) 6.357142835855484
(%o22) [2, 4, 6, 8]
(%o23) [ $\frac{53}{20}$ ,  $\frac{17}{10}$ , 1.67767857142857,  $\frac{43}{20}$ ]
(%o24) 16.35535714285714
(%o25) 16.36

```

□ 2.2 Zweite Übungsaufgabe

Figure 3: Die Koordinaten der Punkte sind angegeben, um Ableseprobleme zu vermeiden.



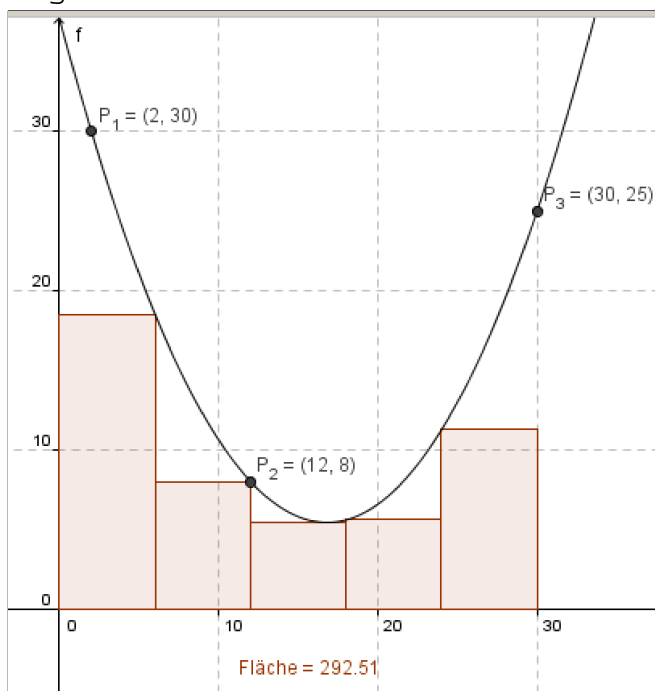
```

(%i26) kill(all)$
x1:2$y1:30$
x2:8$y2:8$
x3:25$y3:28$
u:0$o:30$n:5$
g(x,y):=y=a*x**2+b*x+c$
g1:g(x1,y1)$
g2:g(x2,y2)$
g3:g(x3,y3)$
l:algsys([g1,g2,g3],[a,b,c])$
Parabel:g(x,y),l$
f:rhs(Parabel)$
f(x):='f$
ab:diff(f(x),x)$
l:realroots(ab=0)$
xE:x,l,numer;
dx:(o-u)/n$
X:makelist(u+dx*(i-1),i,1,n);
Y:makelist(if X[i]<xE and X[i+1]<xE then f(X[i+1])
           else if X[i]<xE and X[i+1]>xE then f(xE)
           else f(X[i]),i,1,n);
Flaeche:sum(Y[i]*dx,i,1,n);
Flaeche:floor(Flaeche*100+0.5)/100.0;
(%o20) 13.70647773146629
(%o22) [0,6,12,18,24]
(%o23) [ $\frac{16010}{1173}$ ,  $\frac{2060}{1173}$ , 1.142983491583571,  $\frac{5894}{1173}$ ,  $\frac{27512}{1173}$ ]
(%o24) 270.1622487755884
(%o25) 270.16

```

2.3 Dritte Übungsaufgabe

Figure 4: Das ist nichts mehr neu dabei.



```

(%i26) kill(all)$
x1:2$y1:30$
x2:12$y2:8$
x3:30$y3:25$
u:0$o:30$n:5$
g(x,y):=y=a*x**2+b*x+c$
g1:g(x1,y1)$
g2:g(x2,y2)$
g3:g(x3,y3)$
l:algsys([g1,g2,g3],[a,b,c])$
Parabel:g(x,y),l$
f:rhs(Parabel)$
f(x):='f$
ab:diff(f(x),x)$
l:realroots(ab=0)$
xE:x,l,numer;
dx:(o-u)/n$
X:makelist(u+dx*(i-1),i,1,n);
Y:makelist(if X[i]<xE and X[i+1]<xE then f(X[i+1])
           else if X[i]<xE and X[i+1]>xE then f(xE)
           else f(X[i]),i,1,n);
Flaeche:sum(Y[i]*dx,i,1,n);
Flaeche:floor(Flaeche*100+0.5)/100.0;
(%o20) 16.79505297541618
(%o22) [0,6,12,18,24]
(%o23) [ $\frac{1943}{105}$ , 8, 5.417902013573396,  $\frac{586}{105}$ ,  $\frac{1181}{105}$ ]
(%o24) 292.5074120814404
(%o25) 292.51

```