

# Kapitalverdoppelung

[http://members.chello.at/gut.jutta.gerhard/kurs/exp\\_wachstum.htm](http://members.chello.at/gut.jutta.gerhard/kurs/exp_wachstum.htm)

## 1 Aufgabe



Figure 1:

Ein Kapital von 1000 € wird mit 8% Zinsen angelegt.

- In welcher Zeit verdoppelt sich das Kapital?
- Zeige, dass die Verdopplungszeit nicht davon abhängt, wie groß das Anfangskapital ist!

## 2 Lösung

```
(%i1) kill(all);
(%o0) done
```

### 2.1 Teilaufgabe (a)

```
(%i1) Ko:1000;
      Kn:2000;
      p:8;
(%o1) 1000
(%o2) 2000
(%o3) 8
```

```
(%i4) i:p/100.0;
      r:1+i;
(%o4) 0.08
(%o5) 1.08
```

```
(%i6) g:Kn=Ko*r**n;
(%o6) 2000=1000 1.08^n
```

```
(%i7) l:solve(g,n),numer;
rat: replaced 1.08 by 27/25 = 1.08
rat: replaced 1.08 by 27/25 = 1.08
rat: replaced 1.08 by 27/25 = 1.08
rat: replaced 1.08 by 27/25 = 1.08
rat: replaced 9.006468342000586 by 6962/773 = 9.00646830530401
rat: replaced 9.00646830530401 by 6962/773 = 9.00646830530401
rat: replaced -0.001293661060802 by -1/773 = -0.001293661060802
rat: replaced -9.00646830530401 by -6962/773 = -9.00646830530401
(%o7) [n=9.00646830530401]
```

```
(%i8) n:n,l;
(%o8) 9.00646830530401
```

### 2.2 Teilaufgabe (b)

```

(%i9) Ko:x;
      Kn:2*x;
(%o9) x
(%o10) 2 x

(%i11) g:Kn=Ko*r**n;
(%o11) 2 x=1.08^n x

(%i12) l:solve(g,n),numer;
rat: replaced 1.08 by 27/25 = 1.08
rat: replaced 1.08 by 27/25 = 1.08
rat: replaced 1.08 by 27/25 = 1.08
rat: replaced 1.08 by 27/25 = 1.08
rat: replaced 9.006468342000586 by 6962/773 = 9.00646830530401
rat: replaced 9.00646830530401 by 6962/773 = 9.00646830530401
rat: replaced -0.001293661060802 by -1/773 = -0.001293661060802
rat: replaced -9.00646830530401 by -6962/773 = -9.00646830530401
(%o12) [n=9.00646830530401]

(%i13) n:n,l;
(%o13) 9.00646830530401

(%i14) kill(all);
(%o0) done

```

## Wachstum Bakterienkultur

### 1 Aufgabe

Figure 2:

Eine Bakterienkultur besteht zu Anfang aus 1000 Bakterien. Die Anzahl der Bakterien verdoppelt sich jede Stunde.

- Stelle die Anzahl der Bakterien nach  $t$  Stunden als Funktion der Zeit dar.
- Wieviele Bakterien sind nach 2,5 Stunden vorhanden?
- Wann wird sich die Anzahl der Bakterien verzehnfacht haben?

### 2 Lösung

#### 2.1 Teilaufgabe (a)

Funktion mit Index

```

(%i1) No:1000;
(%o1) 1000

(%i2) N[t]:=No*2**t;
(%o2) N_t :=No 2^t

(%i3) Bakterienentwicklung:makelist(N[t],t,0,5);
(%o3) [1000, 2000, 4000, 8000, 16000, 32000]

```

Funktion

```

(%i4) Bo:1000;
(%o4) 1000

(%i5) B(t):=Bo*2**t;
(%o5) B(t):=Bo 2t

(%i6) Bakterienentwicklung:makelist(B(t),t,0,5);
(%o6) [1000, 2000, 4000, 8000, 16000, 32000]

```

## 2.2 Teilaufgabe (b)

```

(%i7) N[2.5];
(%o7) 5656.854249492383

(%i8) B(2.5);
(%o8) 5656.854249492383

```

## 2.3 Teilaufgabe (c)

```

(%i9) g:N[t]=10*No;
(%o9) 125 2t+3=10000

(%i10) l:solve(g,t),numer;
rat: replaced 3.321928094887362 by 13301/4004 = 3.321928071928072
rat: replaced 3.321928071928072 by 13301/4004 = 3.321928071928072
rat: replaced -2.497502497502498E-4 by -1/4004 = -2.497502497502498E-4
rat: replaced -3.32192807192807 by -13301/4004 = -3.32192807192807
(%o10) [t=3.321928071928072]

(%i11) g:B(t)=10*Bo;
(%o11) 125 2t+3=10000

(%i12) l:solve(g,t),numer;
rat: replaced 3.321928094887362 by 13301/4004 = 3.321928071928072
rat: replaced 3.321928071928072 by 13301/4004 = 3.321928071928072
rat: replaced -2.497502497502498E-4 by -1/4004 = -2.497502497502498E-4
rat: replaced -3.32192807192807 by -13301/4004 = -3.32192807192807
(%o12) [t=3.321928071928072]

```

# Bevölkerungswachstum

## 1 Aufgabe

Figure 3:

Die Bevölkerung eines Landes wächst pro Jahr um 1,5%. Derzeit beträgt sie 12 Millionen.

- Wie groß wird die Bevölkerung in 10 Jahren sein?
- Wann wird das Land 15 Millionen Einwohner haben?

## 2 Lösung

## □ 2.1 Teilaufgabe (a)

```
(%i13) No:12;
      p:1.5;
      n:10;
```

```
(%o13) 12
(%o14) 1.5
(%o15) 10
```

```
(%i16) i:p/100.0;
      r:1+i;
```

```
(%o16) 0.015
(%o17) 1.015
```

```
(%i18) N(t):=No*r**t;
```

```
(%o18) N(t):=No rt
```

```
(%i19) N(n);
```

```
(%o19) 13.92648990030178
```

## □ 2.2 Teilaufgabe (b)

```
(%i20) g:N(t)=15;
```

```
(%o20) 12 1.015t=15
```

```
(%i21) l:solve(g,t),numer;
```

```
rat: replaced 1.015 by 203/200 = 1.015
rat: replaced 1.015 by 203/200 = 1.015
rat: replaced 1.015 by 203/200 = 1.015
rat: replaced 1.015 by 203/200 = 1.015
rat: replaced 14.9875316728052 by 70921/4732 = 14.98753169907016
rat: replaced 14.98753169907016 by 64911/4331 = 14.98753174786424
rat: replaced -2.308935580697299E-4 by -1/4331 = -2.308935580697299E-4
rat: replaced -14.9875317478642 by -58901/3930 = -14.9875318066158
(%o21) [ t=14.98753180661578 ]
```