Reifeprüfung Mathematik 1985

Dokumentnummer: D1910
Fachgebiet: Neuberechnung einer Reifeprüfung aus dem 2. Nebentermin 1985

(%i7) kill(all) /*Initialisierung für Neuberechnung */;
(%o0) *done*

1. Aufgabe (Kosten- und Preistheorie)

Für die Produktion eines Gutes, das zu einem konstanten Preis von
p = 53 abgesetzt wird, existiert die Kostenfunktion
$K = 2 x^2 + 5 x + 242$

Bestimmen Sie:
a) die Erlösfunktion,
b) die Grenzerlösfunktion,
c) die Grenzkostenfunktion,
d) die Durchschnittskostenfunktion,
e) das Betriebsoptimum,
f) die Gewinnfunktion,
g) die Cournot'sche Menge,
h) jene Menge, bei der der durchschnittliche Gewinn ein Maximum wird.

GEGEBEN IST

(%i1) K:2*x**2+5*x+242;p:53;
(%o1) $2 x^2 + 5 x + 242$
(%o2) 53

Teilaufgabe (a)

(%i3) E:p*x;
(%o3) $53 x$

Teilaufgabe (b)

(%i4) GE:diff(E,x);
(%o4) 53

Teilaufgabe (c)

(%i5) GK:diff(K,x);

(%o5) $4x+5$

Teilaufgabe (d)

(%i6) DK:K/x;

(%o6) $\frac{2x^2+5x+242}{x}$

Teilaufgabe (e)

(%i7) ab:diff(DK,x);l:realroots(ab);

(%o7) $\frac{4x+5}{x}-\frac{2x^2+5x+242}{x^2}$

(%o8) $[x=-11, x=11]$

(%i9) BO:x,l[2];

(%o9) 11

Teilaufgabe (f)

(%i10) G:E-K;

(%o10) $-2x^2+48x-242$

Teilaufgabe (g)

(%i11) ab:diff(G,x);l:realroots(ab);

(%o11) $48-4x$

(%o12) $[x=12]$

(%i13) CM:x,l;

(%o13) 12

Teilaufgabe (h)

```
(%i14) DG:G/x;ab:diff(DG,x);l:realroots(ab);
```

(%o14) $\dfrac{-2x^2+48x-242}{x}$

(%o15) $\dfrac{48-4x}{x}-\dfrac{-2x^2+48x-242}{x^2}$

(%o16) $[x=-11, x=11]$

```
(%i17) kill(all);
```

(%o0) *done*

2. Aufgabe (Finanzmathematik)

Jemand zahlt durch 10 Jahre nachschüssig S 12.000,-- jährlich bei einer Versicherungsanstalt ein und möchte dafür von Beginn des 15. Jahres an bis zum Beginn des 20. Jahres einschließlich eine entsprechende Rente ausbezahlt bekommen.

Wie hoch wird die Rentenrate bei i = 6% sein?

Den Endwert der Einzahlungen bestimmen

```
(%i1) R:12000;p:6;n:10;
(%o1) 12000
(%o2) 6
(%o3) 10

(%i4) i:p/100.0;r:1+i;
(%o4) 0.06
(%o5) 1.06

(%i6) E:R*(r**n-1)/i;E:floor(E*100+0.5)/100.0;
(%o6) 158169.5393085709
(%o7) 158169.54
```

```
A10E A11E A12E A13E A14E A15E
----------------------------------------
    ######*******######*******
```

Man muss den Endwert 4 Jahre aufzinsen, um den Barwert der neuen vorschüssigen Rente zu bekommen.

```
A15E A16E A17E A18E A19E A20E
-------------------------------------------------
#######********#######*********#######
```

```
(%i8) B:E*r**4;
(%o8) 199685.4000237985

(%i9) d:i/r;v:1/r;
(%o9) 0.056603773584906
(%o10) 0.94339622641509
```

```
(%i11) g:B=x*(1-v**5)/d;
(%o11) 199685.4000237985 = 4.465105612699664 x

(%i12) l:realroots(g),numer;
(%o12) [ x = 44721.31631878018 ]

(%i13) R:ev(x,l);R:floor(R*100+0.5)/100.0;
(%o13) 44721.31631878018
(%o14) 44721.32
```

Das ist die Rente, die ausbezahlt werden kann.

```
(%i15) kill(all);
(%o0) done
```

3. Aufgabe (Lineare Optimierung)

Ein Betrieb verfügt über 4 Maschinen vom Typ A und 3 Maschinen vom Typ B. Die Kapazität einer Maschine vom Typ A beträgt 400 Stunden/Monat, einer Maschine vom Typ B 200 Stunden im Monat. Der Betrieb fertigt die Produkte I, II und III. Die Fertigungszeit für eine Mengeneinheit beträgt bei Maschinentyp A für Produkt I 2 Stunden, für Produkt II 1,5 Stunden, für Produkt III 150 Minuten. Bei Maschinentyp B beträgt die Fertigungszeit für je 10 Mengeneinheiten bei Produkt I 5 Stunden, bei Produkt II 240 Minuten und bei Produkt III 6 Stunden.

Die durchschnittlichen variablen Kosten der Produkte betragen

I II III

Schilling/Stück 20 40 35

Die konstanten Marktpreise der Produkte betragen

I II III

Schilling/Stück 60 65 65

Bestimmen Sie das Produktionsprogramm mit dem maximalen Deckungsbeitrag.

Ermittlung der Deckungsbeiträge je Stück

```
(%i1) k:[20,40,35];p:[60,65,65];
(%o1) [20,40,35]
(%o2) [60,65,65]
```

```
(%i3) db:p-k;
(%o3) [40,25,30]
```

Tabellarische Darstellung

I II III Kapazität

A 120 90 150 1600h

B 30 24 36 600h

DB 40 25 30

```
(%i4) load(simplex)$
```

(%i5) u1:x>=0;u2:y>=0;u3:z>=0;

(%o5) $x \geq 0$

(%o6) $y \geq 0$

(%o7) $z \geq 0$

(%i8) u4:120*x+90*y+150*z<=1600*60;u5:30*x+24*y+36*z<=600*60;

(%o8) $150\, z + 90\, y + 120\, x \leq 96000$

(%o9) $36\, z + 24\, y + 30\, x \leq 36000$

(%i10) NB:[u1,u2,u3,u4,u5];

(%o10) $[\, x \geq 0 \,,\, y \geq 0 \,,\, z \geq 0 \,,\, 150\, z + 90\, y + 120\, x \leq 96000 \,,\, 36\, z + 24\, y + 30\, x \leq 36000 \,]$

(%i11) ZF:db.[x,y,z];

(%o11) $30\, z + 25\, y + 40\, x$

(%i12) l:maximize_lp(ZF,NB);

(%o12) $[\, 32000 \,,\, [\, z = 0 \,,\, y = 0 \,,\, x = 800 \,]\,]$

Es werden 800 Einheiten von Produkt I hergestellt und dabei wird ein
Deckungsbeitrag
von 32000 erzielt.

(%i13) kill(all);

(%o0) *done*

4. Aufgabe (Wahrscheinlichkeitsrechnung)

In einer Warensendung beträgt der wahre Ausschussanteil 10%.
Es wird eine Stichprobe von n1 = 5 Stück entnommen und die Sendung angenommen, wenn darin kein schlechtes Stück vorkommt. Wenn 1 Stück Ausschuss enhalten ist, wird eine zweite Stichprobe von n2 = 10 Stück entnommen und die Sendung angenommen, wenn kein schlechtes Stück vorkommt. Andernfalls erfolgt eine Ablehnung der Sendung. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Sendung angenommen wird?

Das ist ein dreistufiger Stichprobenplan!

(%i1) p:0.1;n1:5;n2:10;

(%o1) 0.1

(%o2) 5

(%o3) 10

(%i4) W(k):=binomial(n,k)*p**k*(1-p)**(n-k);

(%o4) $W(k):=\binom{n}{k} p^{k} (1-p)^{n-k}$

Anmerkung: W(A oder B) = W(A) + W(B), W(A und B) = W(A).W(B)

(%i5)
WA:ev(W(0),n=n1)+ev(W(1),n=n1)*ev(W(0),n=n2);WA:floor(WA*1000+0.5)/1000.0;

(%o5) 0.70487396227481

(%o6) 0.705

Die Annahmewahrscheinlichkeit ist 70,5 %

Created with wxMaxima.