

Inhalt

| | |
|--|---|
| Vollständige Lösung "Lineare Regression" | 2 |
| Datenmaterial | 2 |
| Zielfunktion: Summe der quadratischen Abweichungen | 2 |
| Partielle Ableitungen | 2 |
| Die notwendigen Bedingungen für das Auftreten eines Minimums: die partiellen Ableitungen müssen NULL werden | 3 |
| Lösung der Regressionsgleichungen | 3 |
| Vollständige Lösung "Quadratische Regression" | 4 |
| Datenmaterial | 4 |
| Zielfunktion: Summe der quadratischen Abweichungen | 4 |
| Partielle Ableitungen | 4 |
| Die notwendigen Bedingungen für das Auftreten eines Minimums: die partiellen Ableitungen müssen NULL werden | 5 |
| Lösung der Regressionsgleichungen | 5 |
| Vollständige Lösung "Kubische Regression" | 6 |
| Datenmaterial | 6 |
| Zielfunktion: Summe der quadratischen Abweichungen | 6 |
| Partielle Ableitungen | 7 |
| Die notwendigen Bedingungen für das Auftreten eines Minimums: die partiellen Ableitungen müssen NULL werden | 7 |
| Lösung der Regressionsgleichungen | 7 |

Vollständige Lösung "Lineare Regression"

Dokumentnummer: D1870

Fachgebiet: Analysis

Extremwertaufgaben

Statistik

Datenanalyse

```
(%i1) kill(all);
```

```
(%o0) done
```

Datenmaterial

```
(%i1) x:[1,2,3,4,5];y:[11,21,31,41,51];n:length(x);
```

```
(%o1) [ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 ]
```

```
(%o2) [ 11 , 21 , 31 , 41 , 51 ]
```

```
(%o3) 5
```

Zielfunktion: Summe der quadratischen Abweichungen

```
(%i4) f(a,b):=sum((y[i]-a*x[i]-b)**2,i,1,n);
```

```
(%o4) f(a,b):=
```

$$\sum_{i=1}^n (y_i - a x_i - b)^2$$

Partielle Ableitungen

```
(%i5) ab1:diff(f(a,b),a);
```

```
(%o5) - 2 (- b - a + 11) - 4 (- b - 2 a + 21) - 6 (- b - 3 a + 31) - 8 (- b - 4 a + 41) - 10  
( - b - 5 a + 51)
```

```
(%i6) ab2:diff(f(a,b),b);
```

```
(%o6) - 2 (- b - a + 11) - 2 (- b - 2 a + 21) - 2 (- b - 3 a + 31) - 2 (- b - 4 a + 41) - 2  
( - b - 5 a + 51)
```

Lineare, quadratische und kubische Regression

Die notwendigen Bedingungen für das Auftreten eines Minimums: die partiellen Ableitungen müssen NULL werden

(%i7) g1:ab1=0;

$$\begin{aligned}(\%o7) \quad & -2(-b - a + 11) - 4(-b - 2a + 21) - 6(-b - 3a + 31) - 8(-b - 4a + 41) - 10 \\ & (-b - 5a + 51) = 0\end{aligned}$$

(%i8) g2:ab2=0;

$$\begin{aligned}(\%o8) \quad & -2(-b - a + 11) - 2(-b - 2a + 21) - 2(-b - 3a + 31) - 2(-b - 4a + 41) - 2 \\ & (-b - 5a + 51) = 0\end{aligned}$$

(%i9) g1:g1,expand;

$$(\%o9) \quad 30b + 110a - 1130 = 0$$

(%i10) g2:g2,expand;

$$(\%o10) \quad 10b + 30a - 310 = 0$$

Lösung der Regressionsgleichungen

(%i11) l:solve([g1,g2],[a,b]);

$$(\%o11) \quad [[a = 10, b = 1]]$$

(%i12) Regressionsgerade:Y=a*X+b,l;

$$(\%o12) \quad Y = 10X + 1$$

Vollständige Lösung "Quadratische Regression"

Dokumentnummer: D1871

Fachgebiet: Analysis

Extremwertaufgaben

Statistik

Datenanalyse

```
(%i13) kill(all);
```

```
(%o0) done
```

Datenmaterial

```
(%i1) x:[1,2,3,4,5];y:[6,11,18,27,38];n:length(x);
```

```
(%o1) [ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 ]
```

```
(%o2) [ 6 , 11 , 18 , 27 , 38 ]
```

```
(%o3) 5
```

Zielfunktion: Summe der quadratischen Abweichungen

```
(%i4) f(a,b,c):=sum((y[i]-a*x[i]**2-b*x[i]-c)**2,i,1,n);
```

```
(%o4) f(a , b , c) := 
$$\sum_{i=1}^n \left( y_i - a x_i^2 + (-b) x_i - c \right)^2$$

```

Partielle Ableitungen

```
(%i5) ab1:diff(f(a,b,c),a),expand;
```

```
(%o5) 110 c + 450 b + 1958 a - 3188
```

```
(%i6) ab2:diff(f(a,b,c),b),expand;
```

```
(%o6) 30 c + 110 b + 450 a - 760
```

```
(%i7) ab3:diff(f(a,b,c),c),expand;
```

```
(%o7) 10 c + 30 b + 110 a - 200
```

Lineare, quadratische und kubische Regression

Die notwendigen Bedingungen für das Auftreten eines Minimums: die partiellen Ableitungen müssen NULL werden

(%i8) g1:ab1=0;

(%o8) $110 c + 450 b + 1958 a - 3188 = 0$

(%i9) g2:ab2=0;

(%o9) $30 c + 110 b + 450 a - 760 = 0$

(%i10) g3:ab3=0;

(%o10) $10 c + 30 b + 110 a - 200 = 0$

Lösung der Regressionsgleichungen

(%i11) l:solve([g1,g2,g3],[a,b,c]);

(%o11) $[[a = 1 , b = 2 , c = 3]]$

(%i12) Regressionsparabel:Y=a*X**2+b*X+c,l;

(%o12) $Y = X^2 + 2 X + 3$

Vollständige Lösung "Kubische Regression"

Dokumentnummer: D1872

Fachgebiet: Analysis

Extremwertaufgaben

Statistik

Datenanalyse

```
(%i13) kill(all);
```

```
(%o0) done
```

Datenmaterial

```
(%i1) x:[1,2,3,4,5];y:[11,18,37,74,135];n:length(x);
```

```
(%o1) [ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 ]
```

```
(%o2) [ 11 , 18 , 37 , 74 , 135 ]
```

```
(%o3) 5
```

Zielfunktion: Summe der quadratischen Abweichungen

```
(%i4) f(a,b,c,d):=sum((y[i]-a*x[i]**3-b*x[i]**2-c*x[i]-d)**2,i,1,n);
```

```
(%o4) f(a , b , c , d) := 
$$\sum_{i=1}^n \left( y_i - a x_i^3 + (-b) x_i^2 + (-c) x_i - d \right)^2$$

```

Lineare, quadratische und kubische Regression

Partielle Ableitungen

(%i5) ab1:diff(f(a,b,c,d),a),expand;

(%o5) $450 d + 1958 c + 8850 b + 41030 a - 45530$

(%i6) ab2:diff(f(a,b,c,d),b),expand;

(%o6) $110 d + 450 c + 1958 b + 8850 a - 9950$

(%i7) ab3:diff(f(a,b,c,d),c),expand;

(%o7) $30 d + 110 c + 450 b + 1958 a - 2258$

(%i8) ab4:diff(f(a,b,c,d),d),expand;

(%o8) $10 d + 30 c + 110 b + 450 a - 550$

Die notwendigen Bedingungen für das Auftreten eines Minimums: die partiellen Ableitungen müssen NULL werden

(%i9) g1:ab1=0;

(%o9) $450 d + 1958 c + 8850 b + 41030 a - 45530 = 0$

(%i10) g2:ab2=0;

(%o10) $110 d + 450 c + 1958 b + 8850 a - 9950 = 0$

(%i11) g3:ab3=0;

(%o11) $30 d + 110 c + 450 b + 1958 a - 2258 = 0$

(%i12) g4:ab4=0;

(%o12) $10 d + 30 c + 110 b + 450 a - 550 = 0$

Lösung der Regressionsgleichungen

(%i13) l:solve([g1,g2,g3,g4],[a,b,c,d]);

(%o13) $[[a = 1, b = 0, c = 0, d = 10]]$

(%i14) Regressions_kubische_Parabel:Y=a*X**3+b*X**2+c*X+d,l;

(%o14) $Y = X^3 + 10$